

# Probabilités

## 1 - Définitions

- **L'univers**  $\Omega$  associé à une expérience aléatoire est l'ensemble de toutes les éventualités qu'implique le résultat de cette expérience.
- **Un événement** est une partie de  $\Omega$  composée d'un ou plusieurs éléments (ou éventualités) de cet univers.
- **Un événement élémentaire** est un événement composé d'un seul élément de  $\Omega$ .
- **Un événement certain** se réalise quelque soit le résultat de l'expérience.
- **Un événement impossible** est un événement qui ne se réalise jamais.
- **L'événement contraire** de  $A$ , noté  $\bar{A}$ , est l'ensemble de toutes les éventualités de  $\Omega$  qui ne sont pas dans  $A$ .
- Deux événements  $A$  et  $B$  sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se produire en même temps. Par exemple, les événements  $A$  et  $\bar{A}$  sont incompatibles.

## 2 - Loi de probabilité

Soit  $E = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$  un ensemble fini d'événements élémentaires associés à une expérience aléatoire. La loi de probabilité  $P$  sur l'ensemble  $E$  est la liste  $(p_1, p_2, \dots, p_k)$  des probabilités des éléments de  $E$ . On a alors :

$$p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_k = 1$$

où  $p_i$  est la probabilité de l'éventualité  $x_i$ .

### Remarque :

Pour faciliter sa lecture, on définit généralement la loi de probabilité d'une variable à l'aide d'un tableau.

## 3 - Propriété

Soit  $A$  un événement d'un ensemble  $E$  associé à une expérience aléatoire. On note  $\bar{A}$  l'événement contraire de  $A$ . On a alors :

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

## 4 - Équiprobabilité :

### a - Définition

Lors d'une expérience aléatoire, on dit qu'il y a **équiprobabilité** lorsque toutes les issues ont la même probabilité de se réaliser.

### b - Propriété

Dans le cas d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement  $A$  est égale à :

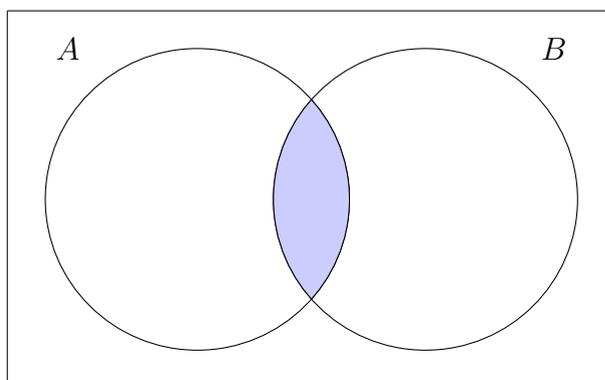
$$P(A) = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)} = \frac{\text{nombre d'issues de } A}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

**5 - Réunion et intersection**

Soient  $A$  et  $B$  deux événements d'un ensemble  $E$  qui est associé à une expérience aléatoire.

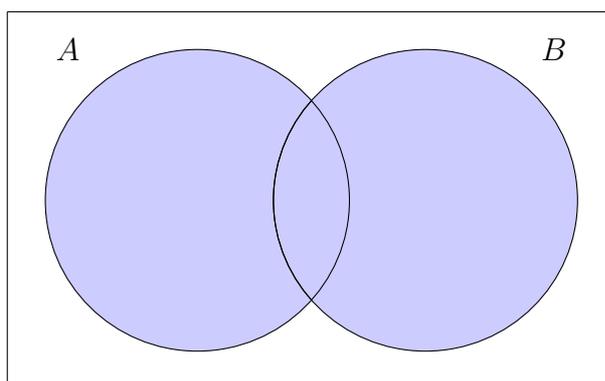
1.  $A \cap B$  est l'intersection de  $A$  et  $B$ . C'est l'ensemble des événements de  $E$  qui sont à la fois dans  $A$  et dans  $B$ .

L'intersection :  $A \cap B$



2.  $A \cup B$  la réunion de  $A$  et  $B$ . C'est l'ensemble des événements de  $E$  qui sont dans  $A$  ou dans  $B$ .

L'union :  $A \cup B$

**Remarque :**

Soient  $A$  et  $B$  deux événements incompatibles de l'ensemble  $E$ . On a alors :  $A \cap B = \emptyset$ .

**6 - Propriétés des probabilités :**

Soient  $A$  et  $B$  deux événements d'un ensemble  $E$  qui est associé à une expérience aléatoire.

- Si  $A$  et  $B$  sont deux événements quelconques, on a :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .
- Si  $A$  et  $B$  sont deux événements incompatibles, on a :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
- Soit  $\bar{A}$  l'événement contraire de  $A$ . On a :  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .