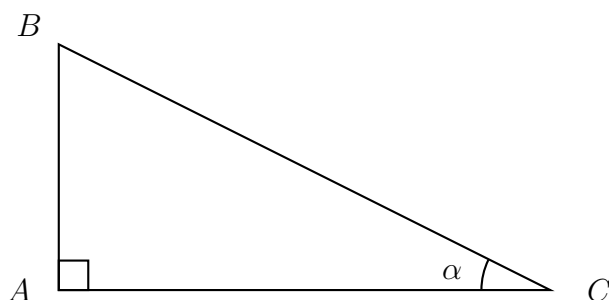


Trigonométrie

I - Rappels

1 - Relation trigonométrique dans un triangle :

Soient A , B et C trois points non alignés. On considère le triangle ABC rectangle en A et on désigne par α l'angle au point C , c'est à dire que $\widehat{ACB} = \alpha$.



Dans un triangle ABC rectangle en A , on appelle :

1. **sinus** de l'angle α le réel suivante : $\sin \alpha = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypothénuse}} = \frac{AB}{BC}$;
2. **cosinus** de l'angle α le réel suivante : $\cos \alpha = \frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypothénuse}} = \frac{AC}{BC}$;
3. **tangente** de l'angle α le réel suivante : $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}} = \frac{AB}{AC}$.

Avec AB , AC et BC sont les distances des côtés du triangle ABC .

2 - Les valeurs remarquables :

Mesure en degré	180°	90°	60°	45°	30°
$\sin \alpha$	0	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan \alpha$	0		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3 - Propriétés :

Pour tout réel α , on a :

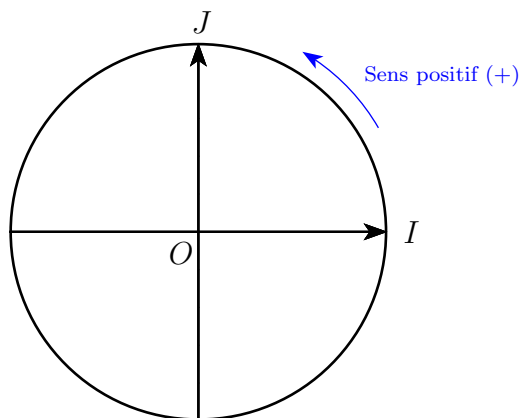
1. $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$.
2. **Relation fondamentale :** $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

II - Cercle trigonométrique - Mesure en radian

1 - Définition : Cercle trigonométrique

On se place dans un repère orthonormé $(O; I, J)$. Un **cercle trigonométrique** est un cercle de centre O , de rayon 1 et orienté dans le sens positif ou sens direct¹.

Dans un cercle trigonométrique, le plan $(O; I, J)$ ainsi que tous les angles sont dit orientés.

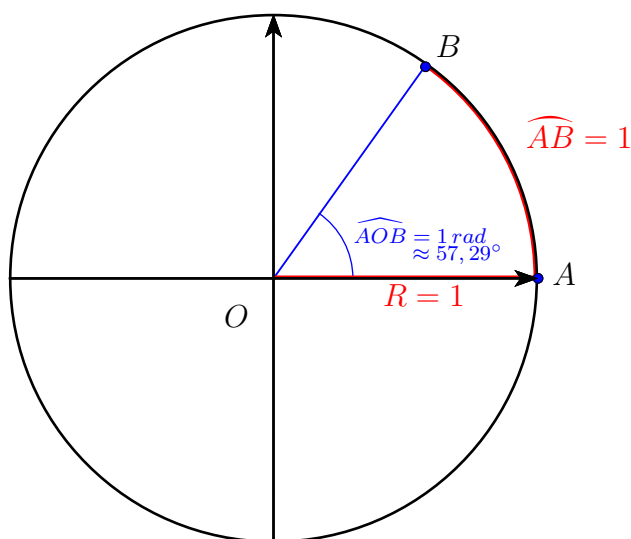


2 - Définition : Radian

Un **radian** est la mesure d'un angle au centre d'un cercle qui intercepte un arc de longueur égale au rayon de ce cercle.

De façon générale, si a est la longueur d'un arc $\widehat{AB}$, la mesure en radian de l'angle $\widehat{AOB}$ est égale au nombre a .

Illustration



1. Sens positif : sens inverse des aiguilles d'une montre ou sens habituel de dévissage

3 - Tableau de correspondance : radian - degré

On peut ainsi faire une correspondance proportionnelle entre les mesures en radians et en degrés.

Mesure en radian	360°	180°	90°	60°	45°	30°
Mesure en degré	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

On rappelle que la mesure π est le rapport (constant) entre la circonférence (ou le périmètre) d'un cercle quelconque et son diamètre.

III - Cosinus et sinus

1- Définition :

On se place dans un repère orthonormé $(O; I, J)$ et on considère un cercle trigonométrique de centre O et de rayon 1.

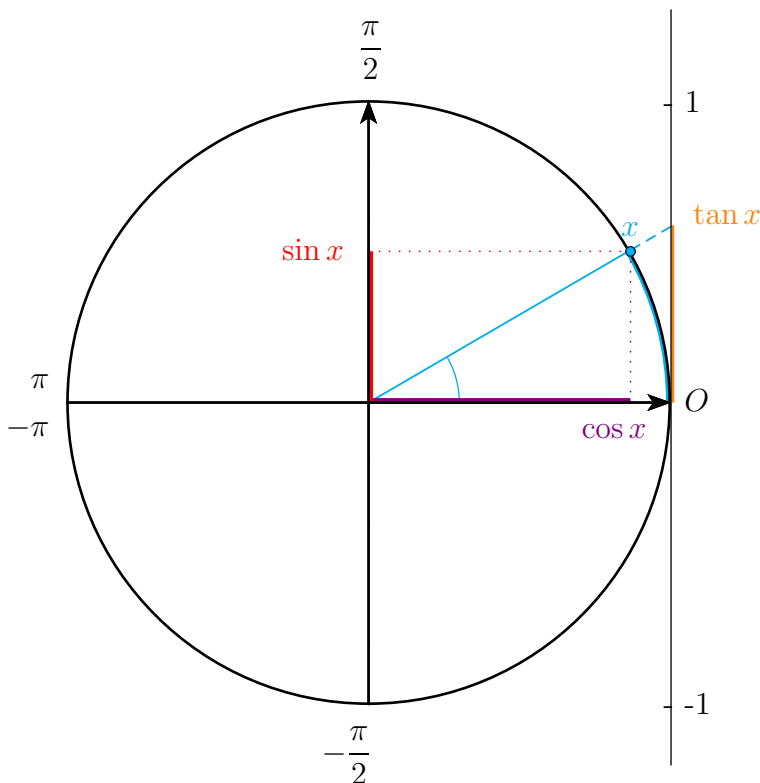
Soit M un point du cercle tel que : $(\vec{OI}, \vec{OM}) = \alpha$.

On a alors :

- Le cosinus de l'angle orienté α est égal à l'abscisse du point M dans le repère $(O; I, J)$.
- Le sinus de l'angle orienté α est égal à l'ordonnée du point M dans le repère $(O; I, J)$.

On obtient ainsi l'expression suivante : $\vec{OM} = \cos \alpha \cdot \vec{i} + \sin \alpha \cdot \vec{j}$

Illustration :



2 - Formules des angles associé :

Pour tout réel x , on a :

1. $\cos(-x) = \cos(x)$

2. $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$

3. $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$

4. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$

5. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$

6. $\sin(-x) = -\sin(x)$

7. $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$

8. $\sin(\pi - x) = \sin(x)$

9. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$

10. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$