

## Les fonctions du second degré

### 1 - Définition :

Une fonction du second degré est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  et qui, à tout  $x$  associe :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où  $a, b$  et  $c \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$ .

### 2 - Définition :

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I \subset \mathbb{R}$ .

Tout réel  $x_0$  tel que  $f(x_0) = 0$  est appelé *racine* de la fonction  $f$ .

### 3 - Discriminant et résolution d'équation du second degré dans $\mathbb{R}$ :

On cherche à résoudre l'équation  $f(x) = 0$  dans  $\mathbb{R}$  avec  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , où  $a, b$  et  $c \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$ .

Pour résoudre une équation du second degré de la forme :  $ax^2 + bx + c$ , on commence par calculer le discriminant  $\Delta$  et on regarde son signe :

- Si  $\Delta > 0$  :  $f$  admet deux racines dans  $\mathbb{R}$  :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

- Si  $\Delta = 0$  :  $f$  admet une seule racine (ou deux racine confondues) dans  $\mathbb{R}$  :

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

- Si  $\Delta < 0$  :  $f$  n'admet pas de racine dans  $\mathbb{R}$ .

### 4 - Factorisation :

En fonction du signe de  $\Delta$  et dans certains cas, il est possible de factoriser la fonction  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , où  $a, b$  et  $c \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$ .

- Si  $\Delta > 0$  :  $f$  admet deux racines  $x_1$  et  $x_2$  dans  $\mathbb{R}$  et la forme factorisée est donnée par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

- Si  $\Delta = 0$  :  $f$  admet une seule racine  $x_0$  dans  $\mathbb{R}$  et la forme factorisée est donnée par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Si  $\Delta < 0$  :  $f$  n'admet pas de racine dans  $\mathbb{R}$ . Alors, la factorisation dans  $\mathbb{R}$  n'est pas possible.

### 5 - Signe d'une fonction du second degré :

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , où  $a, b$  et  $c \in \mathbb{R}$  et  $a \neq 0$ .

En fonction des différents cas suivants, le signe de  $f$  est donné dans les tableaux ci-dessous.

1<sup>er</sup> cas :  $\Delta > 0$

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	
$f(x)$	Signe de $a$	0	Signe de $-a$	0	Signe de $a$

2<sup>ème</sup> cas :  $\Delta = 0$

$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$	0	Signe de $a$

3<sup>ème</sup> cas :  $\Delta < 0$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de a	

6 - Représentation graphique :



